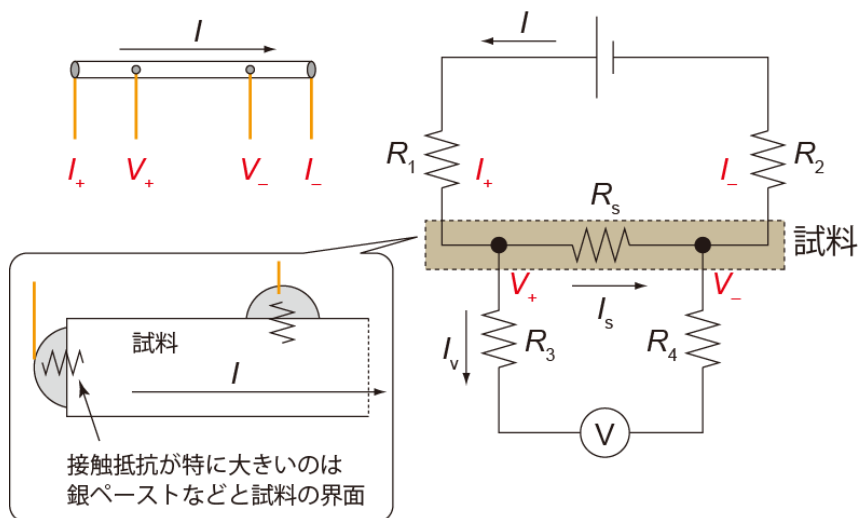


1. 電気抵抗率測定の原理

● 4 端子法

通常のテスターのような測定方法( )では、導線の抵抗や が試料の抵抗に対して無視できないため、数オームよりも小さい抵抗は正確に測定することができない。

これを避けるために、以下のような配置で測定を行う。 $R_l$ は導線の抵抗や 抵抗を含む。



測定される電圧  $V$ (キルヒホッフの法則より) :

電流の関係

電圧計には大きな( $\sim 10\text{ M}\Omega$ - $1\text{ G}\Omega$  程度)内部抵抗が内蔵されている。そのため、 $I_v$ は  $I_s$ の 分の 1 程度である。従って、 $R_3$  や  $R_4$  が  $10$ - $100\Omega$  程度であれば、 $I_s$ は にほとんど等しく、かつ上の電圧の式のうち、 $R_s$ に関係ない項は無視できるほど小さい。また、 $R_s \rightarrow 0$ (超伝導)になった場合は  $I_v \rightarrow$  になるので、 $V \rightarrow 0$  でやはり OK (数式を使ってより正確に議論してみよ)。つまり、測定電圧  $V$ はほぼ正確に である。

**この電気抵抗測定方法を 4 端子法という。**

※ ポイントは、「電圧測定ループ内にある余計な抵抗には電流がほとんど流れていない」という点。逆に言うと、電圧測定ループ内にある余計な抵抗に電流が流れるようになるとまずい。  
→ どういう端子になるとまずいか？

### ● 電気抵抗と電気抵抗率

試料の電気抵抗  $R_s$  は測定電圧  $V$  を電流  $I$  で割って得られる。

また、電気抵抗は試料の長さ  $l$  が長いほど \_\_\_\_\_、試料断面積  $S$  が大きいほど \_\_\_\_\_。

この効果を補正した物質固有の値を電気抵抗率  $\rho$  といい、これは  $R_s$  と

の関係にある。

4端子法の場合、 $l$ としては \_\_\_\_\_ の距離を使う必要がある。

さらに、現実的には端子に幅があるので、幾つかの長さを測っておく必要がある。

### ● 熱起電力

室温と温度が異なる環境での測定を行う場合、回路中に \_\_\_\_\_ が生じている。

↓

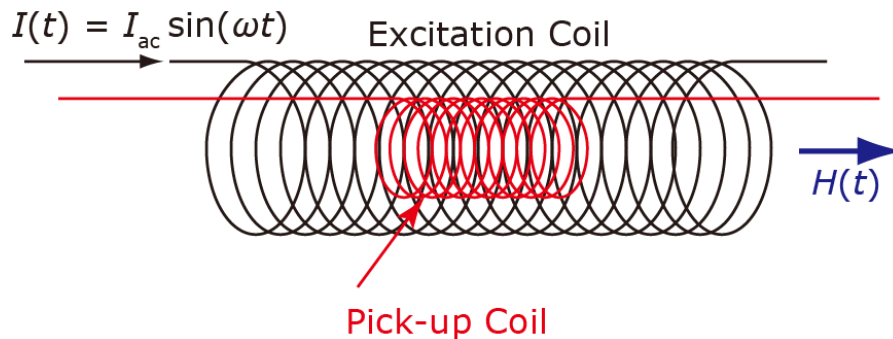
時として熱起電力が回路に生じ、測定電圧に加わることもある。

↓

これをキャンセルするために、熱起電力が \_\_\_\_\_ に依存しないことを利用する。

## 2. 交流磁化率測定 の原理

まず、図のような 1 組のコイルを考える。Pick-up Coil (総巻き数  $N_p$ 、単位長さ当たり巻き数  $n_p$ ) の外側に Excitation Coil (総巻き数  $N_e$ 、単位長さ当たり巻き数  $n_e$ ) が巻かれている。



- Excitation Coil に交流電流  $I(t) = I_{ac} \sin(\omega t)$  を流す。

→ この電流は Excitation Coil 内にほぼ一様な交流磁場

$$H(t) = \underline{\hspace{15em}}$$

を発生させる。コイル内の磁束密度  $B$  は真空の透磁率  $\mu_0$  を用いて

$$B(t) = \underline{\hspace{15em}}$$

と書ける。さらに、Pick-up Coil の断面積を  $S$  とすると、Pick-up Coil 内の全磁束  $\Phi(t)$  は

$$\Phi(t) = \underline{\hspace{15em}}$$

と書ける。

- レンツの法則によると、このときに Pick-up Coil に生じる起電力  $V(t)$  は

$$V(t) = \underline{\hspace{15em}}$$

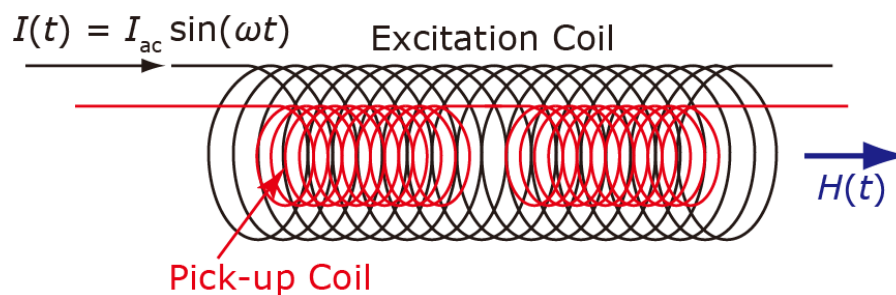
と書ける。

- 物質内部では、磁化を  $M$  とすると、磁束密度  $B$  は  $\mu_0 H$  から  $\underline{\hspace{15em}}$  に変化する。

- まず、磁化は  $H$  に比例する ( $M = \chi H$ ) とする。このときの比例係数  $\chi$  を磁化率という。例えばマイスナー状態の超伝導体の場合、磁化率は  $\underline{\hspace{15em}}$  になる。

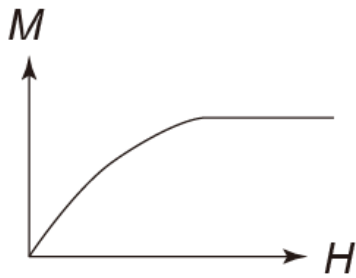
● 今、Pick-up Coil の中に試料を入れた場合、Pick-up Coil 全体に生じる起電力はどうか。ここでは、簡単のため試料は Pick-up Coil の内側に隙間なく入っているとす。 (自分の試料の磁化率を考える上では、断面積の違いなどを考慮する必要がある)

● 次に、Pick-up Coil を2つにし、巻く向きが逆になるように直列につなげる。Excitation Coil はその外側に巻かれている。試料は Pick-up コイルのうち的一方のみに入れる。このとき、Pick-up Coil に生じる起電力はどうか。

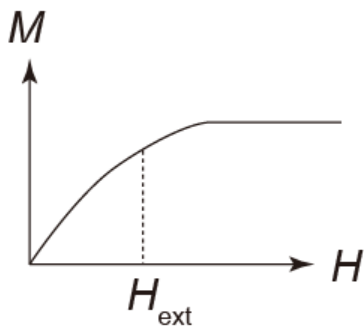


このようにして物質の磁化率（に比例する起電力）を測る方法を  
\_\_\_\_\_法と呼ぶ。

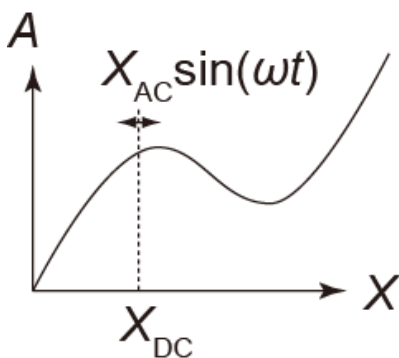
- より一般的に、磁化が磁場に対して非線形な依存性  $M(H)$ を持つ場合、起電力はどうか。



- さらに、上記の場合に外部直流磁場がゼロでない場合はどうか。



- さらに一般化して考えてみる。ある外部パラメータ  $X$  に依存する物理量  $A(X)$ がある。適当な方法で  $A$  (現実的には、 $A$  に比例する電圧  $V_A$ )を測定できるとする。このとき、 $X(t) = X_{\text{DC}} + X_{\text{AC}} \sin(\omega t)$  ( $X_{\text{AC}}$  は十分「小さい」とする)のように直流成分と交流成分を持つ  $X(t)$ を印加し、 $A(t)$ を測定する。 $A(t)$ のうち  $\sin(\omega t)$ の交流成分はどのような量に比例するか。また、 $\sin(n\omega t)$  ( $n = 2, 3, \dots$ ) の成分はどうか？



- ☆ このような方法は非線形な電流-電圧特性を持つ素子の研究などに応用可能である。

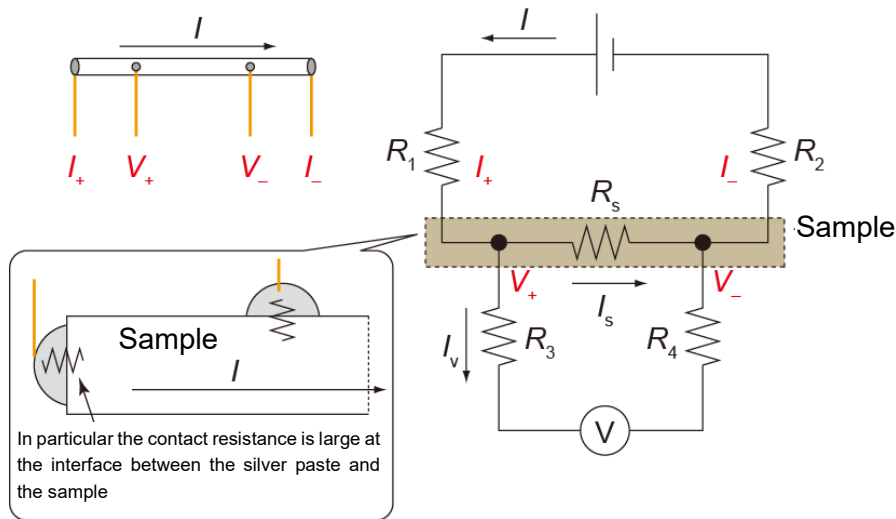
# “Laboratory Work in Physics B4” -- Handout No.5b

Your name ( \_\_\_\_\_ ) Nov 4th, 2016 (Mon.)

## 1. Principle of resistivity measurement

### ● Four-probe method

With the ordinary method ( \_\_\_\_\_ ) used for a multimeter, one cannot measure resistance accurately because the wire resistance and the \_\_\_\_\_ are not negligible compared with the sample resistance (which reaches zero). To be specific, it is impossible to measure accurately resistance below a few Ohm. To avoid this, we measure resistance with the configuration below.  $R_1$  contains the \_\_\_\_\_ resistance and the wire resistance



Measured voltage  $V$  (from Kirchhoff's law for voltage):

Relations among currents

A Voltmeter contains a large internal resistor ( $R_{in} \sim 10 \text{ M}\Omega - 1 \text{ G}\Omega$ ). Thus,  $I_v$  is only \_\_\_\_\_ of  $I_s$ . Thus, if  $R_3$  or  $R_4$  is of the order of  $10\text{-}100 \Omega$ ,  $I_s$  is nearly equal to \_\_\_\_\_ and the terms not related to  $R_s$  in the above equation is negligibly small. This is valid for the case  $R_s \rightarrow 0$  (superconductivity) because  $I_v \rightarrow$  \_\_\_\_\_ and thus  $V \rightarrow 0$ . (Try to discuss this more accurately using equation). Thus, the measured  $V$  is almost precisely \_\_\_\_\_.

**This method is called the “four-probe method”**

※ The point is that "no current flows across resistances in the loop of the voltage measurement." This on the other hand suggest that it is not good if current starts to flow in a resistances in the loop.

→ What is the typical "bad" configuration?

### ● Resistance and resistivity

The sample resistance  $R_s$  is obtained by dividing  $V$  with the current  $I$ .

The resistance is \_\_\_\_\_ if the sample length  $l$  is long and \_\_\_\_\_ if the sample cross section  $S$  is large.

To correct such geometry effects to obtain the material-specific parameter, we evaluate the resistivity  $\rho$ , which is related to  $R_s$  by the relation

For the four-terminal method, the distance between \_\_\_\_\_ should be used as  $l$ . Furthermore, the terminals have finite widths, which should be recorded.

### ● Thermoelectric voltages

When performing measurements, there's \_\_\_\_\_ across the measurement circuit.

↓

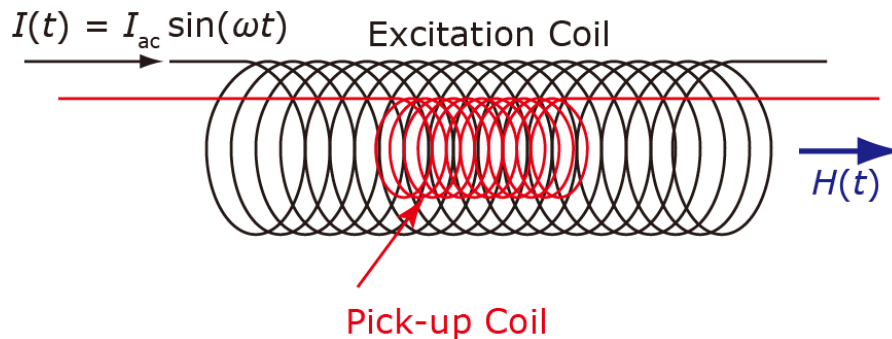
It often happens that thermoelectric voltage is added to the measurement voltage.

↓

To cancel the thermoelectric voltage, we make use of the fact that the thermoelectric voltage does not depend on \_\_\_\_\_:

## 2. Principle of the AC susceptibility measurement

Consider a set of coils shown below. On the pick-up coil (Total turns:  $N_p$ , turns per a unit length:  $n_p$ ), the excitation coil (Total turns:  $N_e$ , turns per a unit length:  $n_e$ ) is wound.



- Apply the AC current  $I(t) = I_{ac} \sin(\omega t)$  to the excitation coil.

→ The current produces a nearly-uniform magnetic field in the excitation coil

$$H(t) = \underline{\hspace{15em}}$$

The magnetic flux density  $B$  in the coil is then written using the permeability in the vacuum  $\mu_0$  as

$$B(t) = \underline{\hspace{15em}}$$

Furthermore, if the cross section of the pick-up coil is  $S$ , the total flux in the pick-up coil is given by

$$\Phi(t) = \underline{\hspace{15em}}$$

- According to the Lenz's law, this flux produces voltage  $V(t)$  across the pick-up coil:

$$V(t) = \underline{\hspace{15em}}$$

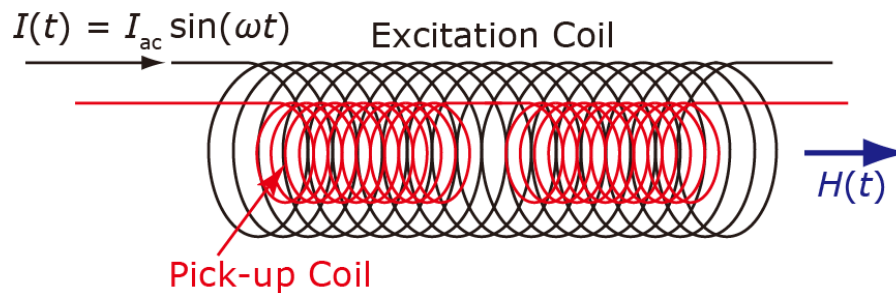
- In a material with the magnetization  $M$ , the flux density  $B$  changes from  $\mu_0 H$  to  $\underline{\hspace{15em}}$ .

- First, consider the case where  $M$  is proportional to  $H$  (i.e.  $M = \chi H$ ). This case, the coefficient  $\chi$  is called susceptibility. For example, a superconductor under the full Meissner state have  $\chi = \underline{\hspace{15em}}$



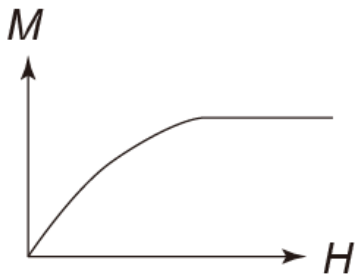
- Now let's put a sample inside the pick-up coil. How does the generated voltage  $V(t)$  change? Here, we assume that the sample fills completely the pick-up coil. (You should consider more realistic situation when evaluating the susceptibility of your sample.)

- Next, we connect another counter-wound pick-up coil in series. The excitation coil is wound the outside of the two coils. The sample is put in one of the pick-up coils. In this case, how is the voltage is expressed?

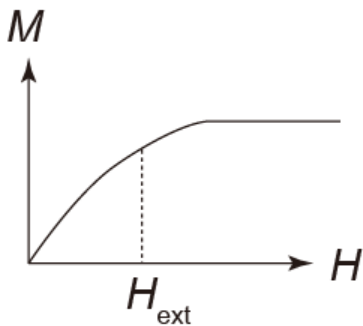


**This method to measure the susceptibility (or to be precise, voltage proportional to the susceptibility) is called the \_\_\_\_\_ method.**

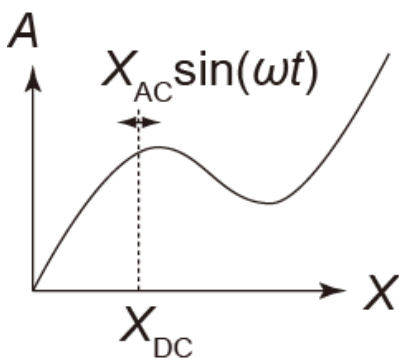
- More generally, if the magnetization  $M$  has non-linear dependence on  $H$  (i.e.  $M = M(H)$ ), how the voltage is expressed?



- How does the expression change if the DC external magnetic field  $H_{\text{ext}}$  exist?



- More generalization: Assume that a physical quantity  $A$  depends on external parameter  $X$ . You can measure  $A$  (or more realistically a voltage  $V_A$  proportional to  $A$ ). Under this condition, you apply  $X(t) = X_{\text{DC}} + X_{\text{AC}} \sin(\omega t)$  ( $X_{\text{AC}}$  is small enough), containing both DC and AC components; and then measure  $A(t)$ . Then, to what physical quantity is the component of  $A(t)$  changing as  $\sin(\omega t)$  proportional? How about the components changing as  $\sin(n\omega t)$  ( $n = 2, 3, \dots$ )?



☆ Such an AC method can be used to investigate properties of non-linear electric devices.