

## 「トポロジカル絶縁体」って、何がトポロジーなの？

安藤 陽一／大阪大学産業科学研究所 教授

トポロジカル絶縁体とは、一言でいえば、バルクにはエネルギーギャップを持つ絶縁体なのに、その“エッジ”（2次元系なら端、3次元系なら表面）にギャップレスの金属状態が生じている物質のことで、高移動度を持つ2次元半導体が強磁場中で量子ホール効果を示すときの電子状態でも似たような状況が生じていますが、トポロジカル絶縁体の場合は、磁場などなくてもこのような特殊な状態が存在しているのです。つまり、金属でも絶縁体でもない「新しい種類の固体物質」を実現しているのがトポロジカル絶縁体、とすることができます。

トポロジカル絶縁体を持つこのような性質は、その中の電子状態を記述する波動関数のパリティ、つまり、空間反転操作に対して波動関数の符号が変わるか否か（符号が変わればパリティは奇、変わらなければ偶）に関係しています。位相幾何学で出てくるトポロジカル不変量とは、ある空間上の「曲面」（いまの場合はヒルベルト空間上の波動関数）を連続的に変形しても変化しない量のことですが、量子状態を持つパリティの偶奇性は、波動関数を連続変形しても保存されるので、これをトポロジカル不変量とみなすことができます。数学では整数群を $Z$ で表し、それを偶数と奇数に分けた商群を $Z_2$ と表記するので、何らかの性質の偶奇性にもとづく位相幾何学的分類を $Z_2$ トポロジーと呼んでいます。普通の絶縁体（真空を含む）の量子状態は偶パリティを持つので、その属する $Z_2$ トポロジカルクラスは「偶」ですが、トポロジカル絶縁体では何らかの理由で（たいていは強いスピン軌道相互作用に起因するバンド反転のために） $Z_2$ トポロジーに関して「奇」である量子状態が実現しています。

トポロジーの異なる絶縁体波動関数の間では、一方から他方へ連続的に遷移することはできないので、普通の絶縁体とトポロジカル絶縁体をくっつけるとその界面で一度ギャップが閉じ、“絶縁体以外の状態”、つまり金属状態が現れることとなります。これがトポロ

ジカル絶縁体のエッジに金属的な状態が現れる理由です。

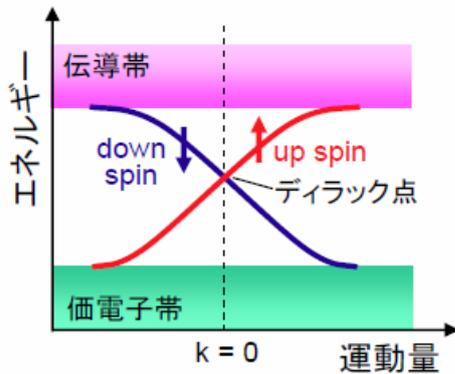
このような $Z_2$ トポロジーの原理で生じるエッジ状態の中では、右へ進む電子と左へ進む電子が時間反転対称性の要請のためにそれぞれアップとダウンの異なるスピン状態を取ります。このような、電子の運動方向とスピンの向きが絡み合った状態は、「ヘリカルなスピン偏極を持っている」といいます。

このようなヘリカルにスピン偏極したエッジ状態は、平衡状態において無散逸の純スピン流を運んでいると考えることができま



す。その平衡を破って電流を流すと、無散逸スピン流のバランスが崩れて電流と垂直な方向にスピン偏極が現れ、これがスピンホール効果として観測されることが期待されます。ヘリカルな1次元エッジ状態においては、その中の電子は、スピンの向きが反転するような散乱を受けない限り一方向にしか進めないで伝導はバリスティック（弾道的）になり、スピンホール伝導度は量子化されます。歴史的には、このような量子スピンホール効果を示すバルク絶縁体として量子スピンホール絶縁体がまず理論的に提案され、それが後にトポロジカル絶縁体と呼ばれるようになった、という経緯があります。

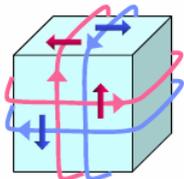
ヘリカルなスピン偏極をしたエッジ状態においては、一般の運動量 $k$ においてスピンの自由度に関する縮退が解け、アップかダウンのいずれか一方のスピン状態しか取れません。運動量 $-k$ にはもう一方のスピン状態が対応します。また $k=0$ においては、クラマーズの定理によって、アップとダウンのスピン状態が縮退しています。これはつまり、 $+k$ と $-k$ に分かれていたアップスピンとダウンスピンの2本の分散は、 $k=0$ では必ず交わる（次ページ図参照）ことを意味します。 $k=0$ の十分近くではそれぞれの分散を直線で近似で



### トポロジカル絶縁体の " エッジ " に現れるディラック電子系のエネルギー分散とスピン偏極

きるので、これは  $k = 0$  に電荷中性点（ディラック点）を持つディラック電子系と見ることができます。このように、トポロジカル絶縁体における時間反転対称性は、ディラック電子系の出現を保証します。なおこのような原理によるディラック電子系の出現は、 $k = 0$  の他にも、ブリルアン域の境界で  $+k$  と  $-k$  が等価になる点（このような点を時間反転不変運動量と呼びます）を表面状態の分散が通るときにも起こります。従って、ヘリカルにスピン偏極したディラック錐がブリルアン域の中で時間反転不変運動量を囲むように存在するのが、トポロジカル絶縁体の大きな特徴です。なお、昨年のノーベル物理学賞の対象になったグラフェンにおけるディラック電子系はスピン縮退していますが、トポロジカル絶縁体のディラック電子系においてはスピンの「自由度」はなくなっており、スピンの向きが  $k$  によって自動的に決まってしまうところが重要な違いです。

**絶**縁体波動関数の  $Z_2$  トポロジと、それによって出現するトポロジカル絶縁体は、まず2次元系において量子スピンホール絶縁体として発見されましたが、その後、非自明な  $Z_2$  トポロジは2次元系に限らず3次元系でも考えられることが認識され、3次元トポロジカル絶縁体の存在が予言・検証されるに至りました。3次元系の場合、その“エッジ”状態である金属的表面状態は、2次元の場合のエッジ状態と同様、



3次元トポロジカル絶縁体におけるヘリカルにスピン偏極した表面状態

ヘリカルなスピン偏極をしたディラック電子系になっており、そこには無散逸の純スピン流が存在しています。

普通の金属や半導体でも、超高真空下の清浄表面にギャップレスの金属的表面状態が現れることがあります（例えば金やビスマスの表面に現れる Rashba 分裂したスピン偏極表面状態が最近注目を集めています）が、このような表面状態は、分子の吸着など周期ポテンシャルを乱す要因があると容易に局在してしまいます。これに対してトポロジカル絶縁体の表面状態は、上記のようなトポロジカルな原理によってその存在が保証されているため、“連続変形”に対応するような摂動によって消失または局在することはありません。そのためこれは「トポロジカルな表面状態」と呼ばれます。

このトポロジカルな表面状態の中では、電子の散乱は ( $k \rightarrow -k$  の後方散乱以外は) 禁止されないため、量子スピンホール効果は起きません。その代わり3次元トポロジカル絶縁体は、ヘリカル・ディラック電子性という顕著な特徴に加えて、量子化された電気磁気効果や、超伝導体との接合におけるマヨラナ粒子の出現など、非常に興味深い物理を示すことが理論的に予想されていて、いわば「新奇な量子現象の金鉱脈」として、いま世界的に大きな研究ブームが起きています。本新学術領域では、トポロジカル絶縁体におけるこのような新奇なトポロジカル量子現象を検証・解明することを重要な目標の一つとしています。

### 著者紹介



#### あんどう・よういち

1964年東京都出身、87年東京大学理学部卒業、89年東京大学大学院理学系研究科修士課程修了、94年博士（理学）。（財）電力中央研究所上席研究員などを経て2007年から現職。物性物理学（特に極低温実験）と応用化学（特に単結晶育成）が専門。