

$^3\text{He-B}$ のトポロジカル超流動相

水島 健／岡山大学大学院 自然科学研究科 助教

^3He は極低温まで液体であり、かつクリーンな系であるため、自発的対称性の破れを伴う超流動相においても依然として高い対称性を保つ。本稿では超流動 ^3He に内在するトポロジーと自発的対称性の破れとが協調して引き起こす新しいトポロジカル量子現象について紹介する。

物質の量子状態を分類するための最も良く知られた理論は対称性の破れに基づくランダウ理論であろう。例えば、強磁性や超伝導等のような量子状態はスピン空間での回転対称性や $U(1)$ 位相対称性の自発的破れを伴う。各量子状態は破られた対称性に対応した秩序変数を用いて特徴づけられる。秩序変数は相転移温度以下において「連続的に」増加する。一方で、量子ホール状態のような対称性の低下を伴わない量子状態の存在も既に良く知られている。強磁場下の 2 次元電子系で実現するこの量子状態の起源は対称性の低下ではなく、(ブリルアンゾーンでの) 電子状態が含有する非自明な性質にある。この非自明な性質はバルクの電子波動関数を用いて定義されるチャーン数と呼ばれるトポロジカル不変量によって特徴づけられる [1]。秩序変数と異なり、このトポロジカル「不変量」は連続的にその値を変えることができない。この不変量を変更するためにはエネルギーギャップを一旦閉じることで電子状態を再構成する必要がある。つまり、トポロジカル不変量の異なる相境界には必ずギャップレスな電子状態が存在する (バルク・エッジ対応。図 1 も参照)。近年、このようなトポロジカル不変量という概念が絶縁体や超伝導・超流動体に幅広く展開され、物質の新たな側面が切り出されつつある [2-5]。本稿では、超流動 ^3He の持つ豊かな対称性とトポロジカル不変量の関係性を明らかにすることで、「自発的対称性の破れ」と「トポロジカル相転移」という質の異なる 2 つの物

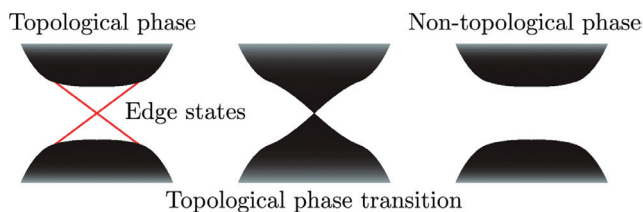


図 1. トポロジカル相 (左) と非トポロジカル相での電子状態 (右) の例。トポロジカル相転移点ではバルクギャップが閉じる。非自明なトポロジカル不変量はエッジ状態の存在を保証する。

理現象が協調して起こす新しいタイプの量子現象について紹介する。

^3He は極低温まで液体であり、かつ非常にクリーンな系であるため、高い対称性を持つ。また、原子核スピン $1/2$ を持つため、軌道空間での 3 次元回転対称性 $SO(3)_L$ に加えて、スピン空間での回転対称性 $SO(3)_S$ を持つ。さらに、 $U(1)$ 位相、時間反転対称性、粒子・ホール対称性等を保つ。バルク ^3He では 1mK 程度で超流動転移し、これらの対称性の一部が自発的に破れる。例えば、バルク超流動相図の大部分を占有する B 相では、スピンと軌道空間での相対的な回転対称性が破れる。つまり、B 相の秩序変数の軌道自由度とスピン自由度は特定の相対角度に「固定」された状態であり、その秩序変数空間は $U(1) \times SO(3)_{L,S}$ と表される (図 2(a))。一方で、スピンと軌道の同時回転操作 $SO(3)_{L+S}$ や時間反転操作に対して不変であり、対称性の破れた状態の中で最も高い対称性を維持している [6]。スピンと軌道の同時回転操作 $SO(3)_{L+S}$ の様子を図 2(b) と (c) に示した。特に、スピン空間での回転行列 $R(S)$ は秩序変数の自由度 (相対回転の軸と角度) を含んでいる。

以上の対称性を踏まえて、超流動 ^3He の B 相の準粒子状態のトポロジカルな性質をみていこう。超流動相の準粒子状態は、いわゆる Bogoliubov-de Gennes (BdG) ハミルトニアン固有状態として与えられる。バルクの B 相を考え、時間反転対称性を破るような外

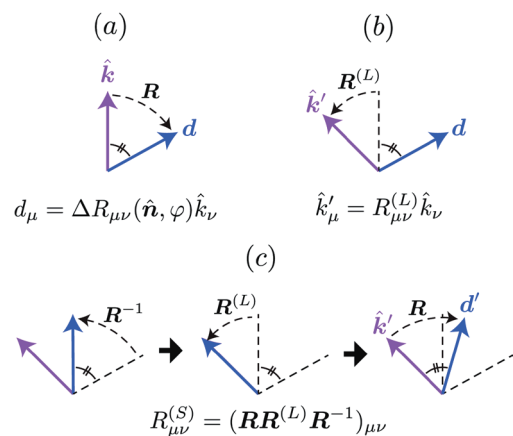


図 2. (a) B 相の秩序変数。スピン自由度を表す d ベクトルは軌道自由度 k からの相対回転 R によって特定の角度で固定される。(b) 軌道空間での回転 $R^{(L)}$ と (c) スピン空間での回転 $R^{(S)}$ の様子。軌道とスピン空間の同時回転後の状態 d' は元の状態 d と等価である (ギリシア文字の添字は x, y, z を表す)。

場は存在しないとしよう。超流動³Heのトポロジカル不変量は運動量空間とエネルギー空間における3次元巻き付き数としてVolovikにより導入された[7]。本来の動機はPlanar相とA相という同じ準粒子スペクトル(3次元フェルミ球の両極に点ノード構造)を持ち、かつ、熱力学的に等価な2つの超流動相を区別するためであったが、後にバルクB相へも適用された[8]。バルクB相の3次元巻き付き数はSchnyderら[9]によって別の視点からも導入されたが、結果として両者は等価である。詳細についてはそれぞれの文献に委ねるが、バルクB相のトポロジーにとって必要な条件は、(i)準粒子エネルギーが有限のギャップを持っていることと、(ii)BdGハミルトニアンと反可換(或は可換)な演算子 S が定義されることである(カイラル対称性)。B相におけるカイラル演算子 S は時間反転操作 T と粒子・ホール変換操作 C を組み合わせたものである($S=TC$)[8,9]。この2つの条件がそろっていれば、トポロジカル不変量としての3次元巻き付き数が定義でき、実際にB相では巻き付き数は2という非自明な値をとる。トポロジカル不変量はバルク・エッジ対応を通して、マヨラナコーンと呼ばれる表面状態およびスピンの流として顕在化する。マヨラナコーンの示す顕著な性質として、イジング的なスピン帯磁率(マヨラナイジングスピン)が挙げられる[10-15]。

以上より、B相のトポロジカル超流動性は時間反転対称性と粒子・ホール対称性によって保証されているといえる。言い換えると、時間反転対称性を破る磁場等のような外場に対してトポロジカル相は安定でないように思われる。これはNMR等のような磁場を伴う実験では致命的である。しかしながら、上述のトポロジカルな議論を整理すると、カイラル対称性に必要な条件は時間反転対称性ではなく、より一般的な離散対称性で構わないことがわかる。それでは、一様磁場中のB相で離散対称性は保たれているのだろうか？

この問いに答えるために、まず³He-B相の秩序変

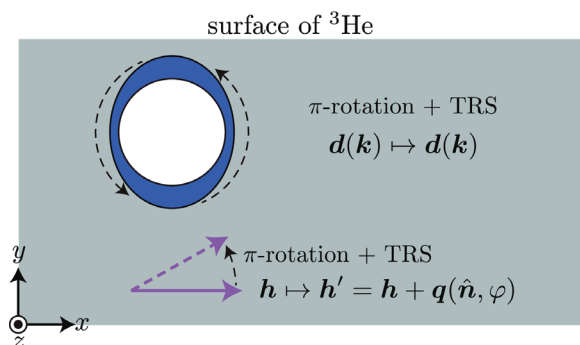


図3. 表面に対して平行に磁場を印加した場合のB相秩序変数の模式図。B相秩序変数は軌道とスピン空間の同時 π 回転操作と時間反転操作(TRS)に対して不変である。同じ操作を磁場に適用すると、秩序変数空間に依存した量 q が現れる。 $h=H/|H|$ は磁場の方向を表す。

数がスピンと軌道空間での連続的な同時回転対称性 $SO(3)_{L+S}$ を持っていることを思い出そう。具体的に、図3に示すように xy 面に壁を設置する。壁では対破壊効果が生じるため、壁に垂直な運動量を持つ秩序変数は強く抑制される。つまり、スピン・軌道空間の回転対称性が壁に垂直軸(z 軸とする)周りの $SO(2)$ に低下する。ここに、さらに x 軸方向に磁場 H を印加しよう。一様磁場は等方的な秩序変数を楕円体状に歪める。これは、B相の秩序変数のスピンと軌道自由度が結合しているためであり、磁場を印加するにつれて秩序変数の磁場に平行な成分がつぶれていく。磁場による対破壊効果の為に、 z 軸周りのスピン・軌道空間の2次元連続回転対称性 $SO(2)$ が z 軸周りの2回回転対称性に低下する。一方で、B相の秩序変数は磁場が存在したとしても時間反転操作に対して不変である。

以上は秩序変数の持つ対称性である。 z 軸周りのスピン・軌道空間の同時 π 回転操作(U とする)は磁場の向きを変える。ここで注意しておきたいのは、図2(c)でみたようにスピン空間での回転 $R^{(S)}$ は秩序変数の自由度(相対回転軸と回転角)に依存するということである。図3に記すように、 z 軸周りのスピン・軌道空間の π 回転操作に加えて時間反転操作を行った後の磁場 h' は必ずしも元の磁場の方向 h に戻らず、秩序変数空間に依存した量 q だけ変更を受ける。 q はミクロな計算に基づいて決められるべき量であるが、一般論として言えることは、「 $q=0$ である限り、磁場中のB相のハミルトニアンはスピン・軌道空間の π 回転操作 U と時間反転操作 T の同時操作 UT に対して不変」である。この離散回転操作に粒子・ホール変換 C を組み合わせることで磁場中B相のハミルトニアンと反可換なカイラル演算子 $S=UTC$ が定義できる。このように、一見すると時間反転対称性が破れた系においても、系固有の離散対称性を用いることでカイラル対称性を復活させることができ、結果としてトポロジカル不変量としての巻き付き数を定義できる。磁場中B相の巻き付き数 w は離散対称性が存在する限り、即ち、 $q=0$ である限り非自明な値($w=2$)となる(図4)。この非自明なトポロジカル不変量を持つ磁場中B相は、バルク・

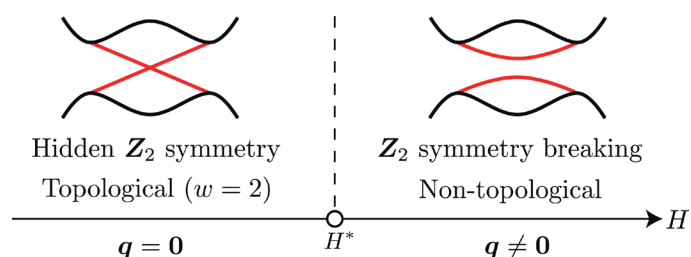


図4. 平行磁場中での超流動³He-Bの相図。

エッジ対応の結果 [14,16] として、その表面に局在したマヨラナ粒子を伴う。一方で、 q 値が有限となるとマヨラナコーンに質量ギャップが生じ、イジング異方性も消失する。

ここまではハミルトニアンに対称性に基づく定性的な議論を行ってきた。しかしながら、離散対称性を決定づける q については、具体的にミクロな計算から決定する必要がある。実際に文献 [14] において、準古典 Eilenberger 理論を用いることで q 値を磁場の関数として決定した。図 4 に示すように、 q 値がゼロから有限の値に変わる臨界磁場 H^* が存在する。この臨界磁場は核スピン起因の磁気双極子相互作用のスケールで決まっており、おおよそ数十ガウスである。 H^* 以下の低磁場領域では離散対称性が保たれており、その結果として非自明なトポロジカル不変量が存在する。この領域では極端なイジング性のために、表面に平行な磁場は表面マヨラナコーンと結合することができず、表面のスピンド磁率は抑制される。一方の高磁場側では離散対称性が破れた非トポロジカル相が実現する。この相ではイジング異方性は消失し、表面束縛状態が磁場に応答する結果として、非常に大きなスピンド磁率が生じる [11,14,15]。

以上より、磁場中 $^3\text{He-B}$ のトポロジカル相とマヨラナ粒子は離散対称性によって保護されており、「対称性によって保護されたトポロジカル相」と呼ばれる。この相は臨界磁場 H^* において、離散対称性の自発的破れとともに自明な超流動相へトポロジカル相転移する。このような自発的対称性の破れによって引き起こされるトポロジカル相転移は非常に稀な例であり、超流動 ^3He の持つ高い対称性によって実現される。さらに、この量子相転移は通常のトポロジカル相転移とは定性的に異なる。通常のトポロジカル相転移では、図 1 に示したように、相転移点において準粒子のトポロジを再構成するために一旦バルクギャップを閉じる。しかしながら、「対称性によって保護されたトポロジカル相」では対称性の自発的破れによって準粒子のトポロジを再構成することができるので、ギャップを閉じる必要が無い。相転移点ではマヨラナコーンが突然に質量ギャップを伴うのである (図 4)。このように、磁場中 B 相では、「自発的対称性の破れ」と「トポロジカル相転移」という 2 つの質の異なる物理現象が協調して引き起こす新しいタイプのトポロジカル量子現象が潜んでいる。

^3He のトポロジカル超流動性についての理解はこの 2、3 年で急速に深まったと言える。さらに、東工大の奥田グループの B 相での横波音響インピーダンスの実験 [17] により、線形分散を持つ表面状態 (マヨラナコーン) が検出された。マヨラナイジング性やスピン流といったトポロジカル不変量に直接的に起因した物理現象の検出が今後の急務の課題であろう。特に、有限磁場での量子相転移はスピンド磁率の異常な振る舞いを伴う。これは今後の NMR の実験による観測が期待される。超流動 ^3He のスピンドダイナミクスに対しては、所謂 Leggett-Takagi 理論に基づく強力な理論が存在す

る。しかしながら、マヨラナイジング性やスピン流が生じるのは表面から超流動コヒーレンス長 (数十 nm) 程度の非常に狭い領域であり、これは従来の Leggett-Takagi 理論の適用範囲外である。故に、従来の理論は「局在したマヨラナ粒子やスピン流がどのようにスピン運動に影響するか？」に対する明確な答えを与えない。今後は、Leggett-Takagi 理論を越えたミクロな視点から超流動 ^3He のスピンドダイナミクスを再考することも必要であろう。

本研究は、佐藤昌利氏 (名古屋大) と町田一成氏 (岡山大) との共同研究である。

参考文献

- [1] D.J. Thouless, et al., Phys. Rev. Lett. 49, 405 (1982).
- [2] Y. Tanaka, et al., J. Phys. Soc. Jpn. 81, 011013 (2012).
- [3] X.-L. Qi and S.-C. Zhang, Rev. Mod. Phys. 83, 1057 (2011).
- [4] 佐藤昌利、物性研究 94, 311 (2010).
- [5] 水島健、物性研究 97, 149 (2011).
- [6] D. Vollhardt and P. Wolfe, The Superfluid Phases of Helium-3 (Taylor and Francis, London, 1990).
- [7] G.E. Volovik, The Universe in a Helium Droplet (Oxford University Press, Oxford, 2003).
- [8] G.E. Volovik, JETP Lett. 90, 587 (2009).
- [9] A.P. Schnyder, et al., Phys. Rev. B 78, 195125 (2008).
- [10] S.-B. Chung and S.-C. Zhang, Phys. Rev. Lett. 103, 235301 (2009).
- [11] Y. Nagato, et al., J. Phys. Soc. Jpn. 78, 123603 (2009).
- [12] G.E. Volovik, JETP Lett. 90, 398 (2009).
- [13] R. Shindou, et al., Phys. Rev. B 82, 180505(R) (2010).
- [14] T. Mizushima, et al., Phys. Rev. Lett. 109, 165301 (2011).
- [15] T. Mizushima, Phys. Rev. B 86, 094518 (2012).
- [16] M. Sato, et al., Phys. Rev. B 83, 224511 (2011).
- [17] Y. Okuda and R. Nomura, J. Phys.: Condens. Matter 24, 343201 (2012).

著者紹介



みずしま・たけし

1977 年岡山生まれ。2000 年岡山大学理学部卒、2005 年同大学院自然科学研究科博士課程修了 (博士 (理))。2002 年学振特別研究員 (DC1)、2004 年より現職。冷却原子気体・超流動 ^3He ・超伝導物質系に広く興味を持っている。