

## トポロジカル超伝導体の物理

佐藤 昌利／東京大学物性研究所 助教

**超**伝導体において、本質的にトポロジーと関係している物理現象としては、超伝導渦の磁束量子化が古くから知られている。最近になり、異方的超伝導の表面に現れるアンドレーエフ束縛状態も超伝導のトポロジーが本質的に関係していると考えられるようになり、「トポロジカル超伝導体」の標語の下、活発に研究されている。本記事では、「トポロジカル超伝導体」とは何か、どのような事が話題になっているか、私自身の仕事の中から紹介したい [1]。

まず、アンドレーエフ束縛状態について、ごく簡単に復習しておこう。アンドレーエフ束縛状態とは、異方的超伝導体の表面に現れるギャップレス状態である。田仲・柏谷両氏の研究により、高温超伝導体の [110] 面に現れるフラットな分散を持つゼロエネルギーアンドレーエフ束縛状態の存在は実験的にも理論的にも確立しており [2]、また、 $^3\text{He}$ -B 相の表面に現れる 2 次元的な線形分散を持つアンドレーエフ束縛状態の存在も、野村氏、東谷氏らの音響インピーダンスの測定の理論・実験により検証されている [3]。Sr<sub>2</sub>RuO<sub>4</sub> の端に現れると考えられている 1 次元的な線形分散を持つアンドレーエフ束縛状態に関しては、実験的困難から長い間その存在は明らかでなかったが、最近の柏谷氏らの報告によると、その存在を示唆する実験結果が得られるようになってきているようである [4]。これら、アンドレーエフ束縛状態を研究することは、超伝導状態の対称性を明らかにする上で重要なだけでなく、アンドレーエフ束縛状態を利用した新しい超伝導体素子を作成する上でも重要である。

	量子ホール状態	超伝導状態
バルク	ギャップ有 (ランダウ準位)	ギャップ有 (超伝導ギャップ)
エッジ	エッジ状態	アンドレーエフ束縛状態

表 1：量子ホール状態と超伝導状態の準粒子スペクトルの類似性

**最**近の理論的進展の一つは、アンドレーエフ束縛状態が、量子ホール状態特有のエッジ状態とのアナロジーを使って、見通し良く理解できるようになったことである。超伝導現象はクーパー対の生成に伴いゼロ抵抗が実現される現象であり、量子ホール効果はホール伝導度が量子化される現象であるので、物理現象としては、両者は全く別物である、しかし、表 1 にまとめるように、これらの系の準粒子のエネルギースペクトルのみに着目すると、非常に似通っていることがわかる。両者ともバルクにはエネルギーギャップがあるため、励起状態をつくるには、有限のエネルギーが必要なのに対して、試料の境界（つまり端）であるエッジにはギャップレスな状態が現れ、非常に小さいエネルギーで準粒子を励起することが可能となっている。この類似性に注目して、超伝導体の性質、特にその表面に現れるアンドレーエフ束縛状態を研究しようというのが、超伝導体を「トポロジカル超伝導体」としてとらえる見方である。

この様な見方が、何故「トポロジカル超伝導体」と呼ばれるかを理解するために、量子ホール状態とトポロジーの関係を整理しておこう。まず、端のない系を考えると、そのホール係数は、準粒子の波動関数から計算される整数値しか取れない量 - 「トポロジカル不変量」 - であらわすことができ、ホール係数の量子化は、トポロジカル不変量が整数値しか取れないという性質から理解することができる。一方、端のある系では、エッジにギャップレスモードができ、それがホール電流を運ぶことにより、ホール効果は説明される。つまり、この場合には、ギャップレスモードの個数が量子化されていることがホール係数の量子化の起源となっている。このように端のない系とある系とでは、ホール係数の量子化の機構は、見かけ上異なっているが、両者とも同じ量子ホール状態であるためには、トポロジカル不変量とエッジ状態の数が同じでなければならないことが要請される。この端のない系、つまりバルクのトポロジカル不変量と、端のある系のエッジ状態の個数の間の対応は、「バルク・エッジ対応」と呼ばれている。

「バルク・エッジ対応」の示唆することは、一般に、なんらかのトポロジカル不変量が計算でき、それがゼロでない整数値をとる場合、その系に端をつくと、ギャップレスのエッジ状態がトポロジカル不変量の数だけ現れるということである。特に、最近、新しいトポロジカル不変量である  $Z_2$  トポロジカル不変量がゼロでない絶縁体、いわゆる「トポロジカル絶縁体」が提唱されるに至り、この「バルク・エッジ対応」は、量子ホール系に限らず一般的に成り立つと考えられるようになった。量子ホール系と異なり、トポロジカル絶縁体でホール係数に対応する観測量であるスピンホール係数は、一般には、整数値に量子化されない。しかしながら、バルクのトポロジカル不変量に対応するエッジ状態が存在することが理論・実験の両面で明らかになったからである。現在では、「バルク・エッジ対応」は、ギャップある系であれば、かなり広く一般に成り立つと認識されている。

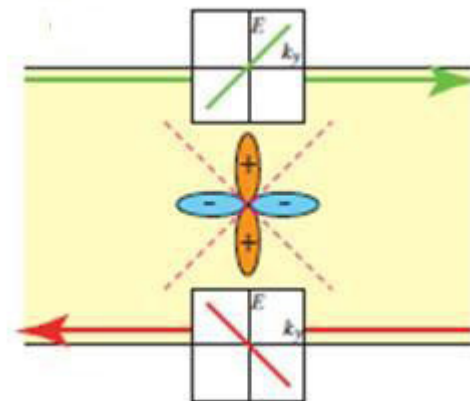
ここで、超伝導状態と量子ホール状態のアナロジーに戻って、この「バルク・エッジ対応」を考えてみよう。すると、それは、超伝導状態のギャップレスアンドレーエフ束縛状態にも、何らかの対応するトポロジカル不変量が存在するということの意味している。実際、この見方は正しく、現在では、様々なアンドレーエフ束縛状態に、対応するトポロジカル不変量が存在することが明らかになっている。この時、ギャップレスアンドレーエフ束縛状態を持つ超伝導体は、バルクのトポロジカル不変量によって特徴づけられることになり、その意味で「トポロジカル超伝導体」と呼ばれている。

「トポロジカル超伝導体」の見方から、アンドレーエフ束縛状態を研究するメリットの一つは、かなり複雑な系であっても、アンドレーエフ束縛状態の有無を、比較的簡単にしかも系統的に調べることが可能になることである。伝統的な研究手法では、アンドレーエフ束縛状態は、ボゴリューボフ・ドジャン方程式を適当な境界条件の下で、実際に解くことにより調べられている。複雑な系を調べるには、複雑な連立微分方程式を解く必要があり、そのため、どうしても実際上は数値的計算に頼らざるを得ず、系統的にアンドレーエフ束縛状態を調べることはかなり繁雑である。一方、「トポロジカル超伝導体」の見方でアンドレーエフ束縛状態を研究する場合には、アンドレーエフ束縛状態の有無は、トポロジカル不変量を調べるだけでわかってしまう。トポロジカル不変量は、バルクのギャップが閉じない限り値が変わらないので、いくつかの特別な場

合のトポロジカル不変量を計算するだけで、系統的にアンドレーエフ束縛状態を調べることが可能になる。

のような系統的な研究により、新しく明らかになった結果の一例として、ここでは、スピン3重項超伝導体のアンドレーエフ束縛状態とフェルミ面の関係を紹介する [5, 6]。高温超伝導体の例からわかるように、アンドレーエフ束縛状態は、超伝導ギャップの対称性に関する重要な情報を与える。ここで明らかになったことは、超伝導状態がスピン3重項超伝導状態、もっと正確にいうと、奇パリティ超伝導状態であれば、常伝導状態のフェルミ面の様子だけから、アンドレーエフ束縛状態の有無が予言できるということである。とりわけ、スピン3重項超伝導体であれば、フェルミ面の構造とアンドレーエフ束縛状態の分散関係とが、一定の関係で結びついていなければならないことがわかる。一方、スピン1重項超伝導体であれば、そのような関係はない。したがって、バンド理論やdHvA効果によって、フェルミ面の構造を明らかにし、それをアンドレーエフ束縛状態と比較することによって、スピン3重項超伝導体であるかを判別することが可能である。残念ながら、現時点ではアンドレーエフ束縛状態の分散関係を実験で調べることは容易でないようだが、将来的には、この原理に基づき、ギャップ関数の具体形など特定の理論的仮定に依存しないで、スピン3重項超伝導状態を同定することが可能となるのではないかと期待している。

「トポロジカル超伝導体」の別の興味深い応用としては、新しい量子計算であるトポロジカル量子コンピュータがある。トポロジカル量子コンピュータというのは、非可換統計に従う励起（非可換エニオン）を使って、量子計算を行おうというものである。超伝導



図：ノードのある超伝導体中のマヨラナ型エッジ状態

体でいうと、カイラル  $p$  波超伝導体に、そのような非可換エニオンが励起として存在することが知られている。カイラル  $p$  波超伝導体の渦には、マヨラナ型とよばれる実の演算子であらわされるゼロエネルギーアンドレーエフ束縛状態が存在し、そのため渦自体が非可換エニオンとなるからである。非可換エニオンでは、その交換操作によって、元の状態と全く異なる新しい状態を作り出すことが可能であり、それを使って量子計算を行うのがトポロジカル量子コンピュータである。トポロジカル量子コンピュータでは、交換操作のような非局所的な操作によってのみ状態が変化するので、熱揺らぎなど通常の量子計算の障害となっている局所的なデコヒーレンスに対しては、原理的に安定である。

このトポロジカル量子コンピュータの研究における最近の重要な進展は、カイラル  $p$  波超伝導体でなく、他の超伝導状態であっても、トポロジカル量子コンピュータが可能であることが明らかになったことである。 $s$  波超伝導状態でも、非可換エニオンが可能であることは、(私の知る限り)[7]の論文で初めて議論された。この論文は、直接、物性物理を扱ったものではなかったが、最近、Fu-Kane によってトポロジカル絶縁体と  $s$  波超伝導体の接合系で、本質的に同じメカニズムによって非可換エニオンがあらわれることが、([7]の論文とは独立に)示された [8]。また、トポロジカル絶縁体と  $d$  波超伝導体の接合系でも同様の非可換エニオンが可能であることが、田仲氏らによって示されている [9]。更に、我々の研究により、トポロジカル絶縁体を用意しなくても、強いスピン軌道相互作用の下では、 $s$  波超伝導体、空間反転対称性の破れた超伝導体、高温超伝導体のようなノードのある超伝導体など、従来トポロジカル量子コンピュータには使えないと考えられていた超伝導体でも、非可換エニオンが可能であることが明らかになり、非可換エニオンの登場舞台は広がってきている [10-13]。これらの研究においても、「バルク・エッジ対応」は重要な役割を果たしている。超伝導体渦は、超伝導中の穴と考えることができ、そのため、渦に束縛されたアンドレーエフ束縛状態を、穴の部分のエッジ状態とみなすことができるからである。

現時点では、「トポロジカル超伝導体」の研究は、理論研究が先行しており、実験的研究はこれからという段階である。しかし、先ほど挙げた柏谷氏らの実験や、また、前野氏らのグループにより非可換エニオンと考えられている半量子渦が作成できたとの報告もあ

り [14]、今後は、「トポロジカル超伝導体」として非常にエキサイティングな実験結果、知的刺激があるのではないかと考えている。今後、領域内の連携の深まりとともに、「トポロジカル超伝導体・超流動体」の理解も深くなっていくと期待している。

- [1] トポロジカル不変量とアンドレーエフ束縛状態の関係については、例えば、以下の記事を見てほしい。「トポロジカル超伝導体入門」佐藤昌利、物性研究 94, 311 (2010).
- [2] S.Kashiwaya and Y. Tanaka, Rep. Prog. Phys. 63, 1641 (2000).
- [3] S.Murakawa *et al.*, J.Phys. Soc. Jpn. 80 (2011) 013692.
- [4] 柏谷聡, 第 1 回領域研究会における講演 .
- [5] M.Sato, Phys. Rev. B 79, 214526 (2009).
- [6] M.Sato, Phys. Rev. B 81, 220504(R) (2010).
- [7] M.Sato, Phys. Lett. B 575, 126 (2003).
- [8] L. Fu and C. Kane, Phys. Rev. Lett. 100, 096407 (2008).
- [9] J.Lindner *et al.*, Phys. Rev. Lett. 104, 067001 (2010).
- [10] M.Sato and S. Fujimoto, Phys. Rev. B 79, 094504 (2009).
- [11] M.Sato, Y. Takahashi, and S. Fujimoto, Phys. Rev. Lett. 103, 020401 (2009).
- [12] M.Sato, Y. Takahashi, and S. Fujimoto, Phys. Rev. B 82, 134521 (2010).
- [13] M.Sato and S.Fujimoto, Phys. Rev. Lett. 105, 217001 (2010).
- [14] J.Jang *et al.*, Science 331, 186 (2011).

## 著者紹介



### さとう・まさとし

1967年島根県出身。91年京都大学理学部卒業、96年京都大学大学院理学研究科博士後期課程修了。京都大学基礎物理学研究所湯川奨学生、日本学術振興会特別研究員等を経て現職。場の理論の手法を使い、トポロジカル相の研究をおこなっている。