

Weyl 超伝導：量子異常と固有角運動量パラドックス

水島 健 / 大阪大学大学院基礎工学研究科 准教授 (研究分担 D01)

1. はじめに

トポロジカル物質群の一つとして Weyl 半金属が理論的に提案され、その新奇物性の探索が行われている [1]。Weyl 半金属は価電バンドと伝導バンドが一点で交わる Weyl 点を内包し、表面 Fermi arc、異常 Hall 効果、カイラル磁気効果、負の磁気抵抗効果など質的に新しい物性をもたらす。この新しい概念は超伝導・超流動にも展開され [2]、現在では超流動 ^3He の A 相やウラン系超伝導物質 (URu_2Si_2 , UPt_3 , UCoGe , $\text{U}_{1-x}\text{Th}_x\text{Be}_{13}$) などが Weyl 超伝導の候補として認知されている [3,4]。これらの物質は時間反転対称性を破った超伝導ギャップの点状ノードを Weyl 点として内包する。しかしながら、Weyl 超伝導の素励起である Bogoliubov-Weyl 準粒子は電荷を持たないため、Weyl 半金属で提唱された物性は期待できない。Weyl 超伝導固有の物性は何か？この問いに対する答えは自明でない。

超流動 ^3He の A 相の低エネルギー準粒子励起が Weyl 粒子として振る舞うことは 1980 年中頃から議論されてきた。この背景には、超流動 ^3He を中心に議論されてきた「固有角運動量のパラドックス」が深く関わっている。特に、文献 [5-7] では Bogoliubov-Weyl 準粒子がもたらすカイラル異常を通して固有角運動量のパラドックスを理解する試みがなされた。これらは物性においてカイラル異常が現れた(筆者が知る限り)初めての例である。

このように、Weyl 準粒子は新しいエキゾチック準粒子であるだけでなく、異方的超伝導の未解決問題の重要な鍵となっている。ここでは、最近の筆者らの研究 [8,9] を紹介しながら、Weyl 超伝導固有の物性や固有角運動量のパラドックスとの関わりについて触れる。

2. Weyl 超伝導と量子異常

超伝導体において Weyl 点が存在し得るためには時間反転対称性が破れていることが必要条件となる。この条件を満たす最もシンプルなモデルは軌道角運動量 $L_z=1$ を持つクーパー対からなる Anderson-Brinkman-Morel (ABM) 状態であるが、これは超流動 ^3He の A 相に他ならない。図 1 に示すように、この秩序変数は 3 つの直交する単位ベクトル $(\hat{m}, \hat{n}, \hat{l})$ で表され、 (\hat{m}, \hat{n}) はクーパー対の

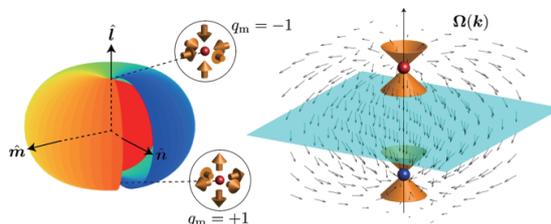


図 1：ABM 状態のギャップ関数と Weyl 点 (左)、及び Berry 曲率 (右)。

軌道面を表し、 \hat{l} が軌道角運動量の向きに対応する。超伝導ギャップ関数は $p=p_F \hat{l}$ と $p=-p_F \hat{l}$ に点状ノードを持ち各々はモノポール数 $q_m=-1$ と $q_m=+1$ で特徴付けられる Weyl 点であり、この付近の素励起が Bogoliubov-Weyl 準粒子である。ABM 状態の持つ軌道角運動量のためにギャップ関数は非自明な位相構造を持っており、これが運動量空間における非自明な Berry 曲率を生み出す。Weyl 点は Berry 曲率のソース・ドレインとなる。Weyl 点方向に垂直な面内に温度勾配を作ることによって、異常熱 Hall 効果が起こる [4]。

Weyl 粒子のもたらす際立った特徴は量子異常とそれに起因した特異な輸送現象である。Weyl 半金属で提唱されているカイラル磁気効果や負の磁気抵抗効果といった輸送現象はその典型例であろう。しかしながら、Weyl 超伝導の素励起である Bogoliubov-Weyl 準粒子は電子と正孔の重ね合わせ状態であるため電荷とスピンを持たない。この点で Weyl 半金属の素励起と質的に異なる。また、超伝導状態ではマイスナー効果により磁場は遮蔽されるため、磁場によって Weyl 粒子の Landau 準位を実現することはできない。このため、磁場・電場と Weyl 粒子との結合によって生み出されるカイラル磁気効果や負の磁気抵抗効果などは Weyl 超伝導では期待できない。

鍵となるのは、秩序変数の非自明なトポロジカル励起 (テクスチャ構造) である。 ^3He は等方的な Fermi 液体であるが、軌道強磁性状態である超流動 A 相ではクーパー対の軌道角運動量の向きを表す \hat{l} が特定の方向を選び、軌道空間での回転対称性が自発的に破られる。加えて、ABM 状態では秩序変数の U(1) 位相回転と \hat{l} 周りにおける (\hat{m}, \hat{n}) の回転とが等価である (ゲージ・軌道対称性の破れ) ため、位相特異点を伴わない量子渦が triad のテク

スチャとして生み出される。図2に示す skyrmion 渦とよばれるテクスチャ構造は方位角方向に超流動流を伴い、回転下の超流動 ^3He の基底状態として自然に現れる [10]。 \hat{l} の方向が局所的な Weyl 点の方向を指し示していることを思い出せば、このようなテクスチャ構造は空間的に捻られた Weyl 点とみなすことができる。実際に、テクスチャ構造の低エネルギー励起は捻られた時空上における Bogoliubov-Weyl 準粒子として表される。この時空の捻れは Bogoliubov-Weyl 準粒子に直接作用する捻れ場 T^μ あるいは擬似的な磁場 $B^{\text{em}} = T^\mu p_\mu$ を創発する。

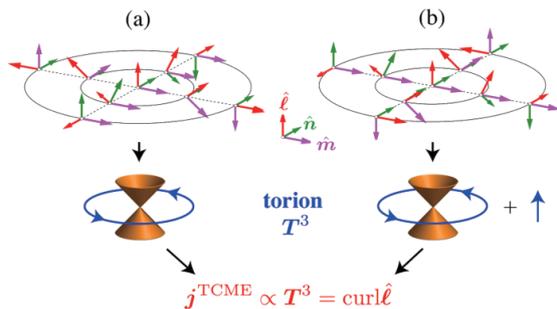


図2：Neel型 (a)、Bloch型 (b) Skyrmion 渦テクスチャとその捻れ場によるカイラル磁気効果の概念図。

この捻れ場は Weyl 準粒子に、(i) B^{em} に沿った方向に異常速度、及び (ii) B^{em} の大きさに比例した力といった2つの影響を与える。(i)の結果として、平衡状態において Weyl 準粒子の質量流が B^{em} に沿った方向に生み出される。実際に Bogoliubov-de Gennes 方程式を数値計算すると、創発磁場によって Bogoliubov-Weyl 準粒子のスペクトルが Landau 準位に離散化し、非対称な分散を持つカイラルブランチが現れる [9]。捻れ場によって散逸の無い Weyl 準粒子流が誘起されるこの現象は「捻れ場由来のカイラル磁気効果 (TCME)」とよばれ、Weyl 半金属でも提唱されている [11]。Weyl 半金属の場合は格子の歪みによって創発磁場が生み出されるのに対して、超流動 $^3\text{He-A}$ では基底状態に自然に現れる秩序変数のテクスチャ構造に由来する。

捻れ場をもたらすもう一つの重要な物理的帰結について見ていこう。超伝導物質では結晶場の効果などによりクーパー対の軌道自由度は制限されるため、Skyrmion 渦のようなテクスチャ構造は期待できない。実際にウラン系化合物などの Weyl 超伝導物質群で現れる磁束量子渦は図3で示されるような位相特異点を持つ量子渦である。図3に示すように、このような位相構造は渦糸に沿った方向に創発磁場を伴うが、これは異常速度に寄与せず、カイラル磁気効果を起こさない。しかしながら、創発磁場が Weyl 準粒子に「力」を作用す

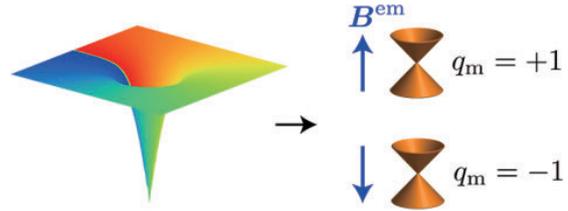


図3：位相特異点を持つ磁束量子渦の位相構造と創発磁場 B^{em} 。

ることによって、特異な熱輸送が生じる。具体的に \hat{l} が一様に z 軸方向に向いた ABM 状態を考えよう。 \hat{l} に沿った方向に実磁場を印加し磁束渦を超伝導体内に生成しておく。磁束渦に沿って温度勾配を作ったとき、その縦熱伝導度が $(B^{\text{em}})^2/T$ のように創発磁場に比例して増大する「負の熱磁気抵抗効果」が生じる [8]。なお、磁束渦の代わりに格子歪みを用いても同様の負の熱磁気抵抗効果が実現される [8]。

3. 固有角運動量パラドックスと量子異常

ABM 状態のような異方的超流体ではクーパー対が軌道角運動量 $m\hbar$ を持つ。それでは、超流体全体の持つ軌道角運動量はいくらになるのか？ N 個の粒子が全て等しくクーパー対を形成したとすると全角運動量は $L = mN\hbar/2$ となるであろう。一方で、フェルミ面近くのエネルギー固有状態のみがクーパー対形成すると考えれば、軌道角運動量は $(\Delta/\epsilon_F)^2 \sim 10^{-6}$ 程度小さくなる。これは「固有角運動量パラドックス」として知られ、40年以上にわたる未解決問題である [12]。この問題は2つの異なる状況に分けられる。図4に示すように、クーパー対の軌道角運動量の向きが一様に揃った場合と、テクスチャ構造を持つ場合である。前者は試

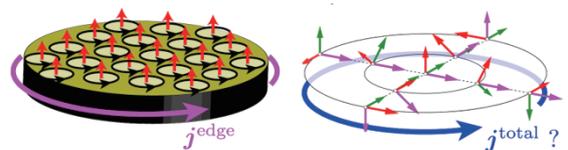


図4：(左) \hat{l} が一様に揃った Weyl 超伝導と (右) テクスチャ構造を持つ Weyl 超伝導の質量流の概念図。

料表面に現れるギャップレスな準粒子状態が運ぶエッジ流に起因しており、 L/N の大きさはこのエッジ流によって決定される [13]。近年、Tadaらによって、 $m=1$ の場合は $L=N\hbar/2$ に厳密に等しくなるが (後述の McClure-Takagi の定理)、一般には試料表面や形状に敏感に依存しており、 $L/N\hbar$ はユニバーサルな値となり得ないことが示された [14]。

TOPICS

それでは、超流動³He-Aのようにテクスチャを持つ場合はどうであろうか？超流動³Heでは容器表面での対破壊効果を避けるように \hat{l} が配向するため、エッジ状態は現れず、エッジ流も存在しない。テクスチャが角運動量を生み出すのである。McClure-Takagiによって、軸対称な \hat{l} のテクスチャ構造の場合、系の全角運動量は厳密に $L=N\hbar/2$ となることが示された (McClure-Takagi の定理) [15]。Ishikawa-Miyake-Usuiは、粒子数保存する基底状態の変分関数から出発して質量流と \hat{l} の関係式 $j^{\text{IMU}} = \rho v_s + C \text{curl } \rho \hat{l}$ を微視的に導出し、これによって得られる角運動量が McClure-Takagi の定理を満たしていることを示した (ρ は³Heの密度) [16]。右辺第1項は超流動速度場 v_s の寄与であり、第2項はクーパー対の軌道角運動量 $\hat{l}\hbar$ の空間変化に起因する。一方で、Mermin-Muzikarは同様の変分関数を用いて異なる表式 $j^{\text{MM}} = j^{\text{IMU}} + C_0 \hat{l} (\hat{l} \cdot \text{curl } \hat{l})$ を導いた [17]。最後の項の寄与は異常項とよばれ、この寄与のために j^{MM} を用いて計算される全角運動量は $L=N\hbar/2$ からずれる。この質量流に関する矛盾した結果は、McClure-Takagiのパラドックスとも呼ばれている [17]。

Balatsky-Volovik-Konysev [5] や Combescot-Dombre [7] らは、異常項の物理的起源はテクスチャ構造が創発する擬似磁場 $B^{\text{em}} = p_F \text{curl } \hat{l}$ によるカイラル異常であると提唱した。この創発磁場により準粒子の運動量保存則が破れ、Weyl準粒子流が生み出される。一方で、我々が文献 [9] において明らかにした結果は、捻れ場由来のカイラル磁気効果による無散逸 Weyl準粒子流 $j^{\text{TCME}} \propto \text{curl } \hat{l}$ の存在を示す。異常項の寄与はNeel型Skyrmion渦では恒等的に0となるのに対して、 j^{TCME} はテクスチャの構造によらず常に存在する。

4. おわりに

Weyl超伝導固有の現象として、捻れ場由来のカイラル磁気効果と負の熱磁気抵抗効果を紹介した。Weyl半金属と異なり、Weyl超伝導ではcurrent jetting効果は存在しないため、負の熱磁気抵抗効果はカイラル異常の直接的証拠となり得るであろう。

さらに、捻れ場由来のカイラル磁気効果によって、秩序変数の非自明なテクスチャ構造がWeyl準粒子の無散逸な流れを生み出す。量子異常や捻れ場といった概念は固有角運動量のパラドックスと深く関わっており、Mermin-Muzikarによる質量流の表式、すなわち全角運動量はMcClure-Takagiの定理を破る結果を支持するように思われる。一方で、Kitaは固有角運動量の問題を再考し、異常

項を伴わない j^{IMU} を支持する結果を得ており [12]、未だ明確な答えは得られていない。Weyl超伝導・超流動を舞台に量子異常などについての知見を深めることは、McClure-Takagiパラドックスのような未解決問題への重要な鍵となるかもしれない。

本稿は藤本聡氏 (研究分担 A01) との共同研究に基づく。

- [1] B. Yan and C. Felser, Annu. Rev. Condens. Matter Phys. **8**, 1 (2017).
- [2] T. Meng and L. Balents, Phys. Rev. B **86**, 054504 (2012).
- [3] T. Mizushima et al., J. Phys. Soc. Jpn. **85**, 022001 (2016).
- [4] M. Sato and S. Fujimoto, J. Phys. Soc. Jpn. **85**, 072001 (2016).
- [5] A. V. Balatsky, G. E. Volovik, and V. A. Konysev, Sov. Phys. JETP **63**, 1194 (1986).
- [6] G. E. Volovik, JETP Lett. **43**, 551 (1986).
- [7] R. Combescot and T. Dombre, Phys. Rev. B **33**, 79 (1986).
- [8] T. Kobayashi, T. Matsushita, T. Mizushima, A. Tsuruta, and S. Fujimoto, Phys. Rev. Lett. **121**, 207002 (2018).
- [9] Y. Ishihara, T. Mizushima, A. Tsuruta, and S. Fujimoto, Phys. Rev. B **99**, 024513 (2019).
- [10] O. V. Lounasmaa and E. Thuneberg, Proc. Natl. Acad. Sci. USA **96**, 7760 (1999).
- [11] H. Sumiyoshi and S. Fujimoto, Phys. Rev. Lett. **116**, 166601 (2016).
- [12] 例えば、T. Kita, J. Phys. Soc. Jpn. **65**, 664 (1996) や文献 [3] にその歴史や問題点が詳しく書かれている。
- [13] T. Mizushima and K. Machida, Phys. Rev. A **81**, 053605 (2010).
- [14] Y. Tada, W. Nie, and M. Oshikawa, Phys. Rev. Lett. **114**, 195301 (2015).
- [15] M. G. McClure and S. Takagi, Phys. Rev. Lett. **43**, 596 (1979).
- [16] M. Ishikawa, K. Miyake, and T. Usui, Prog. Theor. Phys. **63**, 1083 (1980).
- [17] N. D. Mermin and P. Muzikar, Phys. Rev. B **21**, 980 (1980).

著者紹介



みずしまたけし 水島 健

1977年生まれ。岡山県出身。2005年岡山大学大学院自然科学研究科博士課程修了。日本学術振興会特別研究員(DC1)、岡山大学助手、同助教を経て、2014年より現職。趣味は山登りやサイクリング、食べ(飲み)歩きだったが、現在は専ら育児に奮闘中。